**微专题3 高考中的数列问题**

id:2147491769;FounderCES

一、选择题(每小题5分,共20分)

1*.*已知等差数列{*an*}的公差不为0,前*n*项和*Sn*满足*=*9*S*2,*S*4*=*4*S*2,则*a*2*=*()

A. B. C. D.

2*.*[数学文化题]《九章算术》中有一题:今有牛、马、羊食人苗,苗主责之粟五斗*.*羊主曰:“我羊食半马*.*”马主曰:“我马食半牛*.*”今欲衰偿之,问各出几何?其意:今有牛、马、羊吃了别人的禾苗,禾苗主人要求赔偿五斗粟*.*羊主人说:“我羊所吃的禾苗只有马的一半*.*”马主人说:“我马所吃的禾苗只有牛的一半*.*”打算按此比例偿还,问牛、马、羊的主人各应赔偿多少粟?在这个问题中,牛主人比羊主人多赔偿()

A.斗粟 B.斗粟 C.斗粟 D.斗粟

3*.*已知*Sn*是等比数列{*an*}的前*n*项和,*S*4*=*5*S*2,则的值为()

A.-2或-1 B.1或2

C.±2或-1 D.±1或±2

4*.*已知数列{*an*}是公比为2的等比数列,满足*a*6*=a*2·*a*10,设等差数列{*bn*}的前*n*项和为*Sn*,若*b*9*=*2*a*7,则*S*17*=*()

A.34 B.39 C.51 D.68

二、填空题(每小题5分,共10分)

5*.*已知数列{*an*}满足2*an*·*an+*1*+an+*1*-an=*0,且*a*1*=*1,则数列{*an*}的通项公式为*.*

6*.*已知在等差数列{*an*}中,{*an*}的前*n*项和为*Sn*,*a*1*=*1,*S*13*=*91,若*=*6,则正整数*k=　　　　.*

三、解答题(共48分)

7*.*(12分)已知数列{*an*}满足*a*1*=*1,且*-=*2(*n*∈N*\**)*.*

(1)求数列{*an*}的通项公式;

(2)求数列{()*n*}的前*n*项和*.*

8*.*(12分)已知数列{*an*}是公差为1的等差数列,且*a*4,*a*6,*a*9成等比数列*.*

(1)求数列{*an*}的通项公式;

(2)设*bn=*(*-*2*+*(*-*1)*n*·,求数列{*bn*}的前2*n*项和*.*

9*.*(12分)已知数列{*an*}为公差不为0的等差数列,*a*2*=*3,且log2*a*1,log2*a*3,log2*a*7成等差数列*.*

(1)求数列{*an*}的通项公式;

(2)若数列{*bn*}满足*bn=*,求数列{*bn*}的前*n*项和*Sn.*

10*.*(12分)在数列{*an*}中,*a*1*=*4,*nan+*1*-*(*n+*1)*an=*2*n*2*+*2*n.*

(1)求证:数列{}是等差数列;

(2)求数列{}的前*n*项和*Sn.*

**答案**

1*.*B解法一设等差数列{*an*}的首项为*a*1,公差为*d*,则即解得(舍去)或则*a*2*=a*1*+d=*,故选B*.*

解法二设等差数列{*an*}的首项为*a*1,公差为*d*,由题意得即解得或(舍去),故选B*.*

2*.*C解法一设羊、马、牛的主人赔偿粟的斗数分别为*a*1,*a*2,*a*3,则这3个数依次成等比数列,公比*q=*2,于是得*a*1*+*2*a*1*+*4*a*1*=*5,解得*a*1*=*,故*a*3*=*,*a*3*-a*1*=-=*,故牛主人比羊主人多赔偿了斗粟*.*

解法二羊、马、牛的主人所应赔偿的比例是1*∶*2*∶*4,故牛主人应赔偿5*×=*斗粟,羊主人应赔偿5*×=*斗粟,故牛主人比羊主人多赔偿了斗粟*.*

3*.*C设等比数列{*an*}的公比为*q*,若*q=*1,则*S*2*=*2*a*1,*S*4*=*4*a*1,此时,*S*4*=*5*S*2不成立,故公比*q*≠1,则*Sn=*,由*S*4*=*5*S*2得*=*,即*q*4*-*5*q*2*+*4*=*0,解得*q*2*=*1或*q*2*=*4,所以*q=-*1或*q=±*2,又*==q=-*1或*±*2,故选C*.*

4*.*D解法一数列{*an*}是公比*q=*2的等比数列,由*a*6*=a*2·*a*10得*a*1*q*5*=a*1*q*·*a*1*q*9,∴*a*1*q*5*=*1,∴*a*6*=*1,∴*b*9*=*2*a*7*=*2*a*6·*q=*2*×*1*×*2*=*4,设等差数列{*bn*}的公差为*d*,则*S*17*=*17*b*1*+d=*17(*b*1*+*8*d*)*=*17*b*9*=*68,故选D*.*

解法二数列{*an*}是公比为2的等比数列,由等比数列的性质得*a*6*=a*2·*a*10*=*,∴*a*6*=*1,∴*b*9*=*2*a*7*=*2*a*6*×*2*=*4,∴等差数列{*bn*}的前17项和*S*17*==*17*b*9*=*68,故选D*.*

5*.an=*∵2*an*·*an+*1*+an+*1*-an=*0,∴2*+-=*0,∴*-=*2,由等差数列的定义可得{}是以*=*1为首项,2为公差的等差数列,故*=*1*+*2(*n-*1)*=*2*n-*1,∴*an=.*

6*.*11解法一设等差数列{*an*}的公差为*d*,则由*S*13*=*91,得13*a*1*+d=*91,根据*a*1*=*1,得*d=*1,所以*an=n*,所以*Sk=*,所以*==*6,所以*k=*11*.*

解法二在等差数列{*an*}中,*S*13*=*91,根据等差数列的性质,可得13*a*7*=*91,即*a*7*=*7,又*a*1*=*1,所以可得公差*d=*1,即*an=n*,所以*Sk=*,所以*==*6,所以*k=*11*.*

7*.*(1)由题意知数列{}是以*=*1为首项,2为公差的等差数列,

则*=*1*+*(*n-*1)*×*2*=*2*n-*1,(2分)

所以数列{*an*}的通项公式为*an=*或*an=* (6分)

(2)由(1)知()*n=*(2*n-*1),

设数列{()*n*}的前*n*项和为*Sn*,则*Sn=*1*×+*3*×+*5*×+*…*+*(2*n-*1)*×　①*,

*Sn=*1*×+*3*×+*5*×+*…*+*(2*n-*1)*×　②*,(8分)

*①-②*,得

*Sn=+*2(*++*…*+*)*-*(2*n-*1)*×*

*=+*2*×-*(2*n-*1)*×*

*=-*(2*n+*3)*×*,

所以*Sn=*3*-.*

故数列{()*n*}的前*n*项和为3*-.* (12分)

8*.*(1)因为*a*4,*a*6,*a*9成等比数列,

所以*=a*4·*a*9,(2分)

所以(*a*1*+*5)2*=*(*a*1*+*3)·(*a*1*+*8),

解得*a*1*=*1,(3分)

所以*an=n.*(5分)

(2)由(1)知,*an=n*,所以*bn=*(*-*2)*n+*(*-*1)*n*·*=*(*-*2)*n+*(*-*1)*n*(*+*)*.*(8分)

所以数列{*bn*}的前2*n*项和

*T*2*n=*(*-*2*+*22*-*23*+*24*+*…*-*22*n-*1*+*22*n*)*+*[*-*(1*+*)*+*(*+*)*-*(*+*)*+*…*+*(*+*)]

*=+*(*-*1*-++--+*…*++*)

*=+*(*-*1*+*)

*=-.*(12分)

9*.*(1)设数列{*an*}的公差为*d.*

由log2*a*1,log2*a*3,log2*a*7成等差数列,得2log2*a*3*=*log2*a*1*+*log2*a*7,(2分)

即2log2(3*+d*)*=*log2(3*-d*)*+*log2(3*+*5*d*),(3分)

得log2(3*+d*)2*=*log2(3*-d*)(3*+*5*d*),

得(3*+d*)2*=*(3*-d*)(3*+*5*d*),解得*d=*1或*d=*0(舍去)*.*(5分)

所以数列{*an*}的通项公式为*an=a*2*+*(*n-*2)·*d=*3*+*(*n-*2)·1*=n+*1*.*(7分)

(2)因为*bn===-*,(9分)

所以*Sn=-+-+-+*…*+-+-+-=-=.*(12分)

10*.*(1)解法一*nan+*1*-*(*n+*1)*an=*2*n*2*+*2*n*的两边同时除以*n*(*n+*1),得*-=*2*.*

又*=*4,所以数列{}是首项为4,公差为2的等差数列*.*(6分)

解法二因为*-===*2,*=*4,所以数列{}是首项为4,公差为2的等差数列*.*(6分)

(2)由(1),得*=a*1*+*2(*n-*1),

即*=*2*n+*2,即*an=*2*n*2*+*2*n*,

故*==*·*=*(*-*),(9分)

所以*Sn=*[(1*-*)*+*(*-*)*+*…*+*(*-*)]

*=*(1*-*)

*=.* （12分）